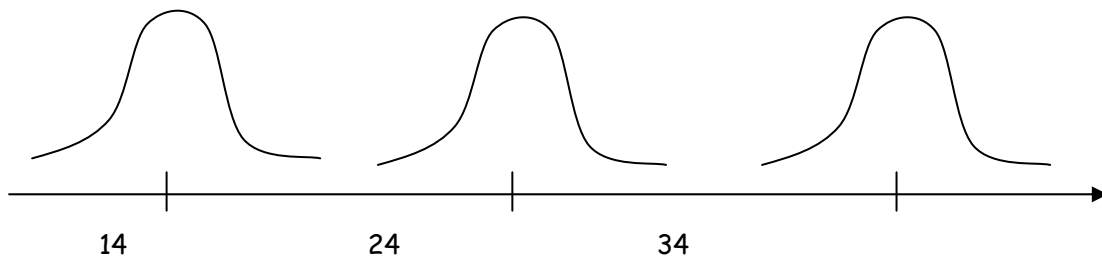


CAPITULO TRES

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

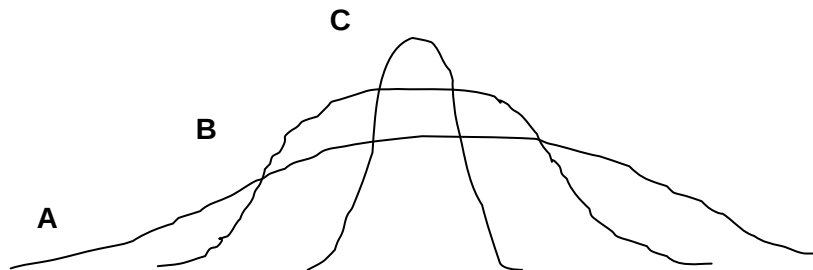
3.1 CARACTERISTICAS NUMERICAS DE UNA VARIABLE

Si tratamos de representar nuestras edades mediante un polígono de frecuencias, y nos ubicamos en el tiempo: hace 10 años, hoy día y dentro de 10 años, obviamente, el polígono en los tres casos tendrá la misma forma, pero cada uno de ellos se diferencian en su proporción respecto al origen, tal como se muestra:



Vemos que los tres gráficos difieren en lo que representaría el punto central de la distribución. Quiere decir que, la edad media en cada caso es distinta.

En el gráfico que sigue, tenemos tres polígonos de formas distintas, pero que tienen el mismo valor central.



La diferencia entre las distribuciones A, B, C está en la variación o dispersión de las mediciones o ambos lados de la media. Una descripción adecuada de los datos requiere de la definición de unas medidas numéricas descriptivas de la centralización y de la dispersión de los datos.

Entre las medidas de centralización se tienen la media, la mediana, la moda, la media geométrica y la media armónica. Entre las medidas de dispersión están la varianza, la desviación estándar, la desviación media, los intercuartiles, etc.

3.2 ¿QUÉ ES UN PROMEDIO?

Es el valor que representa a un conjunto de datos y señala un centro de sus valores. Generalmente se refiere a la media aritmética, que describiremos luego, pero podría referirse a cualquiera de los promedios (media, mediana o moda). Una denominación más precisa que promedio es medida de tendencia central.

3.3 MEDIA DE UNA MUESTRA

La medida de tendencia central de uso más amplio es la llamada **media aritmética** que, por lo general, se designa como **media**. Para datos originales, esto es para datos no agrupados, la media es la suma de todos los valores dividida entre el número total de valores.

Sea una muestra aleatoria: $X_1, X_2, \dots, X_n$, la media muestral se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Donde:

$\bar{X}$: es la media muestral, y se lee "x barra".

$\sum_{i=1}^n X_i$: es la suma de los elementos de la muestra.

n : es el tamaño de la muestra.

Ejemplo 1:

Suponiendo que el número de hijos de cada una de las familias de los asistentes a este curso es como sigue:

2, 0, 3, 2, 1, 2, 2, 4, 2, 2, 0, 1, 3, 2, 1

$$\bar{X} = \frac{2+0+3+\dots+1}{15} = 1,8 \approx 2$$

Finalmente la media es: $\bar{X} \cong 2$ hijos

3.4 MEDIA DE UNA POBLACIÓN

La media de una población se calcula con la siguiente fórmula:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

Donde:

μ : indica la media poblacional

N : es el número total de observaciones en la población.

$\sum_{i=1}^N X_i$: suma de los elementos de la población.

Usar la media:

- Cuando la distribución sea más o menos simétrica
- Cuando se desea que el "promedio" sea estable
- Cuando haya que calcular otros estadígrafos que involucren a $\bar{X}$

Propiedades de la Media

- Un conjunto de datos sólo tiene una media. Esta es única. **Ejemplo:** Se tienen los datos 1, 2, 3, 4, 5 aplicando la fórmula tenemos:

$$\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

- La suma de las desviaciones de cualquier valor con respecto a la media siempre será cero, esto es,

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0$$

Ejemplo: Sean los datos 1, 2, 3, 4, 5 cuya media es 3. Entonces:

$$\sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X}) = (1-3) + (2-3) + (3-3) + (4-3) + (5-3) = 0$$

- La suma de los cuadrados de las distancias entre los datos y su media es mínima; esto es para cualquier valor de A :

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \leq \sum_{i=1}^n (X_i - A)^2 \quad \forall A \neq \bar{X}$$

Esta propiedad indica que la media es, en cierto sentido, el valor más próximo al conjunto de datos.

Ejemplo: Para los datos 1, 2, 3, 4, 5 su media es $\bar{X} = 3$. Sea $A = 2$

Siendo:

$$\sum_{i=1}^5 (X_i - 3)^2 = 10$$

Se cumple para la propiedad si es menor que:

$$\sum_{i=1}^5 (X_i - 2)^2 = 15$$

Luego:

$$\sum_{i=1}^5 (X_i - 3)^2 \leq \sum_{i=1}^5 (X_i - 2)^2$$

4. Si a los valores de la variable se le suma o se le resta una constante k, entonces la media queda aumentada o disminuída en la constante; esto es,

Ejemplo: Datos X_i : 11, 12, 13, 14, 15

$$M[X_i] = \bar{X} = 13$$

$$X_i + 5: 16, 17, 18, 19, 20$$

$$X_i - 3: 8, 9, 10, 11, 12$$

$$M[X_i + 5] = \bar{X} + 5 = 13 + 5 = 18$$

$$M[X_i - 3] = \bar{X} - 3 = 13 - 3 = 10$$

5. Si a los datos se le multiplica o divide una constante K, entonces la media queda multiplicada o dividida por la constante; esto es,

Ejemplo: Para los datos X_i : 1, 2, 3, 4, 5 su media es $\bar{X} = 3$, sea k=4

Entonces: $4X_i$: 4, 8, 12, 16, 20 es:

$$M[4X_i] = k\bar{X} = 4 \times 3 = 12$$

6. En general:

$$\boxed{M[KX_i + c] = KM[X_i] + c}$$

7. La media es muy sensible a los valores extremos

Ejemplo: Si tenemos los datos 1, 2, 3, 4, 5, su media es: $\bar{X} = 3$

Si tenemos los datos 1, 2, 3, 4, 5, 51, su media es: $\bar{X} = 11$.

Podemos ver que no es adecuada en casos como éste.

8. Si el conjunto de datos $X_1, X_2, \dots, X_n$ tiene media $\bar{X}$ y el conjunto $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ tiene media $\bar{Y}$, entonces el conjunto total $X_1, X_2, \dots, X_n, Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ tiene media.

$$M(X + Y) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i + \sum_{j=1}^m Y_j}{n + m} = \frac{n\bar{X} + m\bar{Y}}{n + m}$$

Este promedio se conoce como media ponderada y los pesos de las ponderaciones son los tamaños de los grupos, y esta propiedad puede extenderse para varios grupos.

Media ponderada

La media ponderada de un conjunto de números denotados por $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, con ponderaciones $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$, se calcula como sigue:

$$\bar{X}_w = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + \dots + W_nX_n}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n}$$

Esto puede abreviarse así:

$$\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^n (W_i X_i)}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

Ejemplo: supongamos que la nota media de un grupo de 37 alumnos es 15, mientras que la nota media de otro grupo de 28 alumnos es 12. Entonces, la nota media de los 65 alumnos es:

$$\bar{X}_w = \frac{(37)(15) + (28)(12)}{65} = \frac{891}{65} = 13,7$$

3.5 MEDIANA

Es el valor de la posición central de los valores después de ordenarlos de menor a mayor o de mayor a menor. Hay tantos valores por encima de la mediana como por debajo de ella en la ordenación de los datos.

Ejemplo: Sean los valores siguientes, los precios de venta de departamentos:

S/. 60 000
65 000
70 000
80 000
275 000

Realizando la ordenación de los valores, obtenemos:

Precios ordenados de menor a mayor		Precios ordenados de mayor a menor
S/. 60 000		S/. 270 000
65 000		80 000
70 000	← Mediana →	70 000
80 000		65 000
270 000		60 000

Observamos que hay el mismo número de precios por debajo de la mediana de S/. 70 000 que por arriba. Por tanto, la mediana no se ve afectada por observaciones muy bajas o muy altas.

En el ejemplo anterior hay un número impar de observaciones (cinco). ¿Cómo se determina la mediana para un número par de observaciones? Como antes, los datos se ordenan, luego se evalúa la media aritmética de las dos observaciones centrales. Obsérvese que para un número par de observaciones, la mediana puede no ser uno de los valores dados.

Ejemplo: Los tiempos que necesitaron varias empresas de seguros para revisar solicitudes para servicios de coberturas semejantes son (en minutos): 50, 230, 52, 57.

Ordenando los tiempos de menor a mayor:

50	
52	← Mediana
57	
230	

La mediana de los tiempos es 54,5 minutos, obtenida de calcular $(52+57)/2 = 54,5$. Obsérvese que 54,5 no es uno de los valores dados. Vemos que hay el mismo número de observaciones debajo de la media que por encima de ésta. Una forma fácil de localizar la posición del elemento medio para datos no agrupados es con la fórmula:

$$\text{Ubicación de la mediana} = \frac{n+1}{2}$$

donde n es el número total de elementos.

Propiedades de la mediana

1. La mediana es única; a semejanza de la media sólo existe una mediana para un conjunto de datos.
2. No es difícil determinarla para datos no agrupados. Tan sólo se necesita ordenarlos de menor a mayor o viceversa y encontrar el valor del elemento central.
3. No se ve afectada por valores muy grandes o muy pequeños, y por tanto, es una medida valiosa de la tendencia central cuando ocurre este tipo de valores.

4. Puede calcularse para una distribución de frecuencias de extremo abierto si la mediana no se encuentra en una clase de tal extremo.
5. Puede calcularse para datos de nivel de razón, de intervalo y ordinal. Ejemplo: cinco personas calificaron un nuevo producto en el mercado. Una persona creyó que era "excelente", otra lo calificó como "muy buena"; una más como "buena"; otra como "regular" y otra como "deficiente". La respuesta tiene una mediana en "buena". La mitad de las respuestas están por encima de "buena", y la otra mitad, por debajo.

3.6 MODA

La moda es el valor de la observación que aparece con más frecuencia:

Ejemplo:

De los datos presentados a continuación, encontrar la moda:

2, 3, 4, 5, 2, 4, 4, 6, 7.

La moda es el número 4, ya que es el valor que aparece con mayor frecuencia.

Usar la moda:

- a) Cuando se desee obtener rápidamente una medida de tendencia central.
- b) Cuando se desee conocer el valor más típico. Por ejemplo: hablando del sueldo promedio en cierta industria, nos referimos a menudo al sueldo modal.

3.7 MEDIA GEOMETRICA

Hay dos usos principales de la media geométrica:

1. Para promediar porcentajes, índices y cifras relativas; y
2. Para determinar el incremento porcentual promedio en ventas, producción u otras actividades o series económicas de un periodo a otro.

La media geométrica de un conjunto de n números positivos, se define como la raíz n -ésima del producto de los n números. Por lo tanto la fórmula para calcular la media geométrica es:

$$\begin{aligned} \text{M.G.} &= \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\dots(X_n)} \\ \text{M.G.} &= \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \end{aligned}$$

Ejemplo:

Las utilidades obtenidas por una compañía constructora en cuatro proyectos fueron 3, 2, 4 y 6%, respectivamente. ¿Cuál es la media geométrica de las ganancias?

Tenemos que $n=4$, número de observaciones.

$$\begin{aligned}
 M.G. &= \sqrt[n]{(X_1)(X_2)\cdots(X_n)} \\
 &= \sqrt[4]{(3)(2)(4)(6)} \\
 &= \sqrt[4]{144} \\
 &= 3,4641
 \end{aligned}$$

Por tanto, la media geométrica de las utilidades es 3,46%.

La media aritmética de los valores anteriores es 3,75%, aunque el valor de 6% no es muy grande, hace que la media aritmética se incline hacia valores superiores. La media geométrica 3,46 da una cifra más conservadora para las utilidades porque no se ve tan afectada por los valores extremos. En general, será igual o menor que la media aritmética.

Usar la media geométrica:

- a) Cuando en los datos exista una tasa de crecimiento constante o muy regular.
Ejemplo: cuando se desee calcular la población promedio en un determinado período.
- b) Cuando se desee promediar proporciones

3.8 MEDIA ARMONICA

Se llama media armónica de los valores $x_1, x_2, \dots, x_n$, diferentes de 0, al valor:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}, \quad x_i \neq 0$$

Ejemplo: Para un conjunto de datos 7 8 8 9 10 11, la media armónica es:

$$H = \frac{6}{1/7 + 1/8 + 1/8 + 1/9 + 1/10 + 1/11} = 8,7328$$

Usar la media armónica

Para obtener un valor representativo de un conjunto de datos expresados en forma de tasas, razones. Es decir, diferentes unidades de medida que pueden ser expresadas recíprocamente.

3.9 CALCULO PARA DATOS AGRUPADOS

MEDIA ARITMETICA

Para evaluar la media aritmética de datos organizados en una distribución de frecuencias, las observaciones en cada clase se representan con el valor en el punto medio de ésta. La media de una muestra de datos organizados en una distribución de frecuencias se calcula con:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{n}$$

donde:

X_i = es el valor central, o punto medio de cada clase.

f_i = es la frecuencia de clase.

n = es el número total de observaciones.

Ejemplo:

La Empresa de Seguros "La Positiva" recientemente viene ofreciendo un programa novedoso de seguros que son una combinación de rentas vitalicias y cobertura por fallecimiento, deseando medir su nivel de aceptación. Una muestra de 50 de sus asegurados reveló la siguiente distribución de edades. Estime la edad media de las personas que podrían tomar dicho seguro.

Edad	Frecuencia
20-29	1
30-39	15
40-49	22
50-59	8
60-69	4

Para el desarrollo de este problema se necesita reconstruir la tabla anterior de la siguiente manera:

Edad	Punto Medio X_i	Frecuencia f_i	Frecuencia acumulada F_i
20-29	24,5	1	1
30-39	34,5	15	16
40-49	44,5	22	38
50-59	54,5	8	46
60-69	64,5	4	50
		50	

De la tabla anterior y aplicando la fórmula para el cálculo de la media para datos agrupados se tiene que:

$$\bar{X} = \frac{2215}{50} = 44,3 \text{ años}$$

MEDIANA

Recuérdese que la Mediana se define como el valor abajo del cual se encuentra la mitad de los datos y arriba del cual se halla la otra mitad. Una vez que los datos originales se han organizado en una distribución de frecuencias, parte de la información no es identificable. Como resultado no es posible determinar la mediana exacta. Sin embargo, puede estimarse localizando primero el intervalo de clase para obtener la mediana. La razón para este enfoque es que los elementos de la clase en que se encuentra la mediana están espaciados de manera uniforme por todo ese intervalo de clase. La fórmula es:

$$Me = L + a \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}$$

Donde:

- L = límite inferior de la clase que contiene a la mediana.
- a = amplitud de la clase en que se encuentra la mediana.
- n = número total de observaciones.
- f_i = frecuencia de la clase que contiene a la mediana.
- F_{i-1} = frecuencia acumulada de la clase que precede inmediatamente a la clase que contiene a la mediana.

Ejemplo: Con los datos del ejemplo anterior calcular la mediana:

La observación central se localiza dividiendo el número total de observaciones entre dos, en este caso, $n/2=50/2=25$, la clase que contiene a la observación 20ª edad, se localiza consultando la columna de las frecuencias acumuladas, luego con los datos de la tabla aplicamos la fórmula:

$$Me = 44,5 + \frac{\frac{50}{2} - 16}{22} (10) = 48.59 \text{ años}$$

Usar la mediana:

- a) Cuando se desea el punto medio de la distribución.
- b) Cuando haya datos extremos que afecten marcadamente a la media.
- c) Cuando la distribución tenga clases abiertas.

MODA

Recuérdese que la moda se define como el valor que ocurre con más frecuencia. Para datos discretos, en una distribución de frecuencias, es posible aproximar la moda usando el punto medio de la clase que contiene el mayor número de frecuencias de clase. Para datos continuos la moda se aproxima con la siguiente fórmula:

$$Mo = L + a \left(\frac{d1}{d1 + d2} \right)$$

Donde:

- L = Limite inferior de la clase modal
a = amplitud del intervalo de clase
d1 = frecuencia absoluta de la clase modal menos la frecuencia absoluta de la clase anterior = $f_i - f_{i-1}$.
d2 = frecuencia absoluta de la clase modal menos la frecuencia absoluta de la clase posterior = $f_i - f_{i+1}$.

Ejemplo: Utilizando los datos del ejemplo anterior calculamos la moda.

$$d1 = 22 - 15 = 7$$

$$d2 = 22 - 8 = 14$$

$$Mo = 40 + 10 \left(\frac{7}{7+14} \right) = 43,33$$

MEDIA GEOMETRICA

Para evaluar la media geométrica de datos organizados en una distribución de frecuencias utilizamos la siguiente formula:

$$M.G. = \sqrt[n]{X_1^{f_1} * X_2^{f_2} * * X_K^{f_K}}$$

Donde:

X_i : es el valor central o punto medio de cada clase

f_i : es la frecuencia de clase

$$n = \sum_{i=1}^K f_i$$

Aplicando logaritmo de base 10 tenemos:

$$\text{Log}_{10}(M.G.) = \frac{f_1 * \log_{10} X_1 + f_2 * \log_{10} X_2 + + f_k * \log_{10} X_K}{n}$$

Luego:

$$\text{Log}_{10}(M.G.) = \text{anti log} \left(\frac{\sum_{i=1}^K f_i * \log_{10} X_i}{n} \right)$$

Propiedades:

1. La media geométrica esta basada en todas las observaciones, por lo que esta afectado por todos los valores de la variable. Sin embargo da menos peso a los valores extremadamente grandes que el que le da la media aritmética.
2. La media geométrica es la medida que se debe de usar cuando lo que se va a promediar son tasas de cambio o proporciones.
3. Se presta a manipulaciones algebraicas posteriores.
4. La media geométrica es de cálculo relativamente difícil.
5. La media geométrica no puede determinarse cuando hay valores negativos entre los datos.
6. La media geométrica presenta el inconveniente que si uno de los valores de la variable es igual a cero, la media resulta igualmente cero.

MEDIA ARMONICA

Para evaluar la media armónica de datos organizados en una distribución de frecuencias utilizamos la siguiente formula:

$$H = \frac{n}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \dots + \frac{f_K}{X_K}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^K \frac{f_i}{X_i}}$$

Donde:

X_i : es el valor central o punto medio de cada clase

f_i :es la frecuencia de clase

$$n = \sum_{i=1}^K f_i$$

Propiedades:

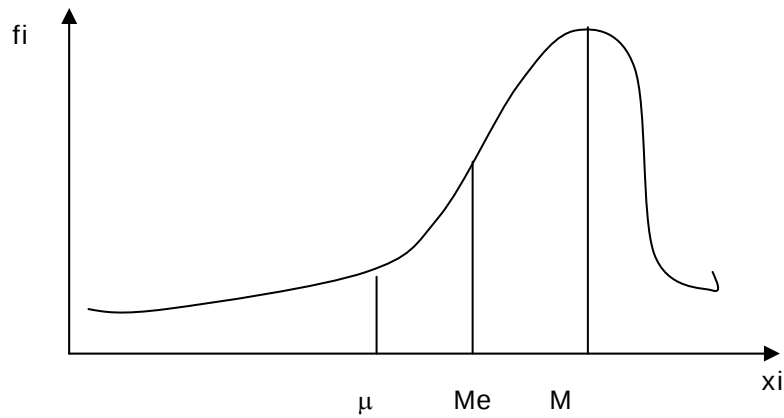
1. La media armónica se basa en todas las observaciones, por lo que esta afectado por todos los valores de la variable. Da a los valores extremos grandes un peso menor que el que les da la media geométrica, mientras que a los valores pequeños les da un peso mucho mayor que el que les da la media aritmética como las medias geométricas.
2. La media armónica es indeterminado si alguno de los valores de la variable es cero.
3. La media armónica se presta manipulaciones algebraicas posteriores.

3.10 RELACIONES ENTRE PROMEDIOS

Si la distribución de los datos es unimodal la posición de la media, mediana y moda dependen de la simetría de la curva.

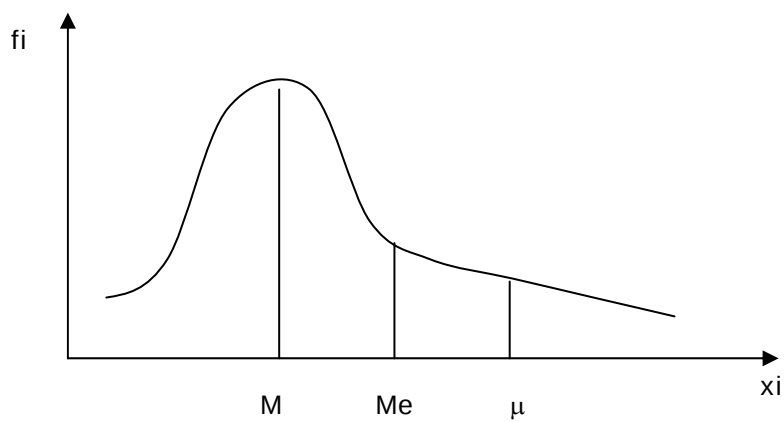
En los gráficos siguientes se ilustran los casos que se presentan para un mismo conjunto de datos

Se da la igualdad si los X_i son iguales y positivos:

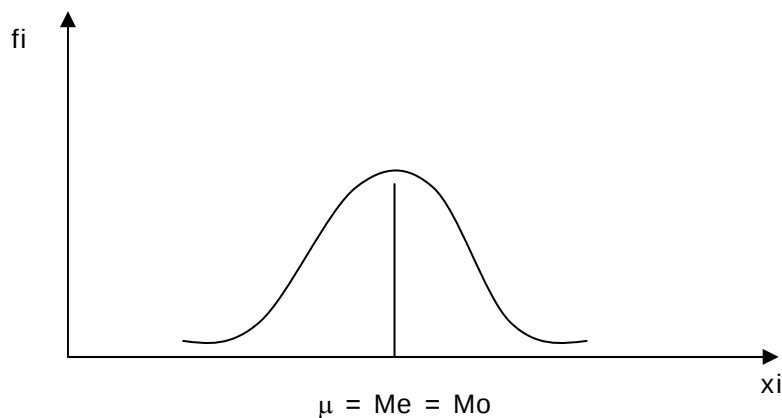


$\mu < Me < Mo$
Distribución Asimétrica
hacia la izquierda o de
Asimetría Negativa.
Sesgo negativo

Si se conocen dos promedios de una distribución de frecuencias, con sesgo o asimetría moderada, el tercer promedio puede aproximarse.



$\mu > Me > Mo$
Distribución Asimétrica
hacia la derecha o de
Asimetría Positiva
Sesgo positivo



Las fórmulas son:

$$\text{Moda} = \text{Media} - 3(\text{Media} - \text{Mediana})$$

$$\text{Media} = \frac{3(\text{Mediana}) - \text{Moda}}{2}$$

$$\text{Mediana} = \frac{2(\text{Moda}) + \text{Media}}{3}$$

3.11 APLICACIONES DE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

EJERCICIO N° 1

Los salarios percibidos por una muestra de 25 empleados en dos empresas privadas se dan en la siguiente tabla.

Salarios (S/.)	Empresa A N° de empresas	Empresa B N° de empresas
500 a 1 000	1	5
1 000 a 1 500	3	1
1 500 a 2 000	8	3
2 000 a 2 500	5	7
2 500 a 3 000	6	5
3 000 a 3 500	2	4

Con el propósito de comparar los salarios de los empleados de las empresas privadas (A y B), se pide calcular e interpretar:

- La media aritmética
- La mediana
- La moda
- La desviación media
- El recorrido
- La varianza
- La desviación estándar
- El coeficiente de variación

SOLUCION

a. Media aritmética

Denotaremos por

$\bar{X}_A$: Media aritmética de la empresa A

$\bar{X}_B$: Media aritmética de la empresa B

n_A : Número de empleados de la empresa A

n_B : Número de empleados de la empresa B

Como los datos están agrupados, la fórmula de la media aritmética es:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{n}$$

A continuación calcularemos $\bar{X}_A$ y $\bar{X}_B$ para lo cual es preciso conocer las marcas de clase.

Empresa A

Salarios (S/.)	Marca de clase x_j	Frecuencia f_j	$x_j \cdot f_j$
500 - 1 000	750	1	750
1 000 - 1 500	1 250	3	3 750
1 500 - 2 000	1 750	8	14 000
2 000 - 2 500	2 250	5	11 250
2 500 - 3 000	2 750	6	16 500
3 000 - 3 500	3 250	2	6 500
Total		$n_A=25$	52 750

Entonces $\bar{X}_A = \frac{52750}{25} = S/. 2\,110$

El promedio de los salarios percibidos por los empleados de la empresa A es de S/. 2 110

Empresa B

Salarios (S/.)	Marca de clase x_j	Frecuencia f_j	$x_j \cdot f_j$
500 - 1 000	750	5	3 750
1 000 - 1 500	1 250	1	1 250
1 500 - 2 000	1 750	3	5 250
2 000 - 2 500	2 250	7	15 750
2 500 - 3 000	2 750	5	13 750
3 000 - 3 500	3 250	4	13 000
Total		$n_B=25$	52 750

Por lo que $\bar{X}_B = \frac{52750}{25} = S/. 2\,110$

El promedio de los salarios percibidos por los empleados de la empresa B es de S/. 2 110 al igual que en la empresa A.

b. Mediana

Sea Me_A : mediana de los salarios en empresa A

Me_B : mediana de los salarios en empresa B

Puesto que $n_A = n_B = 25$, la posición de la mediana para ambas empresas es:

$$\frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Ahora calcularemos las frecuencias acumuladas para determinar las clases medianas, tanto para la distribución de frecuencias de A como de B.

Empresa A

Salarios (S/.)	Frecuencias f_i	Frec. Acumulada F_i	
500 - 1 000	1	1	
1 000 - 1 500	3	4	
1 500 - 2 000	8	12	
2 000 - 2 500	5	17	Clase Mediana
2 500 - 3 000	6	23	
3 000 - 3 500	2	25	

Entonces:

$$Me_A = L + a \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}$$

Donde:

L = 2 000 es el límite inferior de la clase mediana.

a = 500 es la amplitud del intervalo.

n_A = 25 es el número de empleados en la muestra de A.

F_{i-1} = 12 es la frecuencia acumulada a la clase que precede inmediatamente a la clase que contiene a la Mediana.

f_i = 5 es la frecuencia de la clase mediana.

Reemplazando en la fórmula, tenemos

$$\begin{aligned}
 Me_A &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{(25/2) - 12}{5} \\
 &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{12,5 - 12}{5} \\
 &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{0,5}{5} \\
 &= 2\,000 + 50 \\
 &= S/. 2\,050
 \end{aligned}$$

Es decir, el 50% de los empleados en la Empresa A perciben un salario menor o igual a S/. 2 050.

EMPRESA B

Salarios (S/.)	Frecuencias f_i	Frec. Acumuladas F_i	
500 - 1 000	5	5	
1 000 - 1 500	1	6	
1 500 - 2 000	3	9	
2 000 - 2 500	7	16	Clase Mediana
2 500 - 3 000	5	21	
3 000 - 3 500	4	25	

Entonces:

$$Me_B = L + a \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}$$

Donde:

L = 2 000 es el límite inferior de la clase mediana.

a = 500 es la amplitud del intervalo.

n_B = 25 es el número de empleados en la muestra de B.

F_{i-1} = 9 es la frecuencia acumulada a la clase que precede inmediatamente a la clase que contiene a la Mediana.

F_i = 7 es la frecuencia de la clase mediana.

Reemplazando en la fórmula, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 Me_B &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{(25 / 2) - 9}{7} \\
 &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{12,5 - 9}{7} \\
 &= 2\,000 + 500 \cdot \frac{3,5}{7} \\
 &= 2\,000 + 250 \\
 &= \text{S/. } 2\,250
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el 50% de los empleados en la Empresa B percibe un salario menor o igual a S/. 2 250 (mayor que el salario mediano de la Empresa A).

c. Moda

$$Mo = L + a \left(\frac{d1}{d1 + d2} \right)$$

Donde:

L = Limite inferior de la clase modal

a = amplitud del intervalo de clase

d1 = frecuencia de la clase modal menos la frecuencia de la clase anterior

d2 = frecuencia de la clase modal menos la frecuencia de la clase posterior

Empresa A

Salarios (S/.)	Frecuencias f_i	Frec. Acumul F_i	
500 - 1 000	1	1	
1 000 - 1 500	3	4	
1 500 - 2 000	8	12	Moda
2 000 - 2 500	5	17	
2 500 - 3 000	6	23	
3 000 - 3 500	2	25	

Aplicando la fórmula anterior tenemos:

$$Mo_A = 1\,500 + 500 \left(\frac{8-3}{8-5} \right) = 2\,333,3$$

Empresa B

Salarios (S/.)	Frecuencias f_i	Frec. Acumul F_i	
500 - 1 000	5	5	
1 000 - 1 500	1	6	
1 500 - 2 000	3	9	
2 000 - 2 500	7	16	Moda
2 500 - 3 000	5	21	
3 000 - 3 500	4	25	

Reemplazando en la fórmula anterior de la moda tenemos:

$$Mo_B = 2\,000 + 500 \left(\frac{7-3}{7-5} \right) = 3\,000$$

El salario mas frecuente de los empleados en la empresa A es de S/. 2333,3 mientras que el salario más frecuente en la empresa B es de S/. 3000 (mayor que de la empresa A).

Ejercicios

- 1.- ¿Cuáles son las diferencias entre una media muestral y una media de población?
- 2.- Enuncie las características de la media.
- 3.-
 - a. Calcule la media de los siguientes valores muestrales: 5,9,4,10.
 - b. Demuestre que $\sum (X - \bar{X}) = 0$
- 4.-
 - a. Calcule la media de los siguientes valores muestrales 1.3,7.0, 3.6,4.1,5.0.
 - b. Demuestre que $\sum (X - \bar{X}) = 0$
- 5.- Determine la media de los siguientes valores muestrales: 16.25,12.91,14.58
- 6.- Determine el salario medio por hora pagado a carpinteros que obtuvieron los siguientes pagos de salario por hora (en dólares): \$15.40,\$20.10,\$18.75,\$22.76,\$30.67,\$18.00, respectivamente.
- 7.- Se tiene 10 vendedores de automóviles empleados por una empresa. Las cantidades de autos nuevos vendidos el mes anterior por cada vendedor fueron: 15,23,4,19,18,20,10,10,8,28,19. ¿Cual es la promedio de las cantidades de autos nuevos?.
- 8.- El departamento de contabilidad en una compañía de pedidos por correo, contó los siguiente número de llamadas que entraron por día al teléfono de uso sin cargo de la empresa, durante un periodo de siete días: 14,24,19,31,36,26,17.
 - a. Calcule en número medio de llamadas por día.
 - b. ¿Es éste un dato estadístico muestral o un parámetro de población?
- 9.- Una empresa de servicio eléctrico de energía y luz seleccionó 20 clientes residenciales. Lo siguiente son los importes (en dólares, redondeados a unidades) que se cargó a los clientes por el servicio eléctrico el último mes:

54	48	58	50	25	47	75	46	60	70
67	68	39	35	56	66	33	62	65	67

 - a. Calcule el importe mensual medio
 - b. ¿Es éste un dato estadístico muestral o un parámetro de población.
- 10.- El director de personal de un hospital comenzó a realizar un estudio acerca de las horas de tiempo extra de las enfermeras registradas. Se seleccionaron al azar 15 de ellas, y durante el mes de junio se anotaron las siguientes horas de tiempo extra:

13	13	12	15	7	15	5	12
6	7	12	10	9	13	12	

 - a. Calcule el número medio de las horas de tiempo extra.
 - b. ¿Es éste un dato estadístico muestral o un parámetro de población?